A 12 / S. 362 bzw S. 461

$$g = \lim_{x \to \infty} \frac{3-x}{x+2} \text{ vereinfachen } \to g = -1$$

$$|f(x) - g| < \varepsilon$$ für $x > x_\varepsilon$ mit ε Element R_+^*

$$\left| \frac{3-x}{x+2} - (-1) \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{3-x+(x+2)}{x+2} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{5}{x+2} \right| < \varepsilon$$

Da x -> unendlich gilt x > 0, also **positiv -> x+2 >0**

$$\left(\frac{5}{x+2} \right) < \varepsilon \qquad | \ *(x+2) \quad | : \varepsilon$$

$$\frac{5}{\varepsilon} < x + 2 \qquad | \ -2$$

$$\frac{5}{\varepsilon} - 2 < x$$

$$x > \frac{5}{\varepsilon} - 2$$ ==> **g ist GW von f(x) für x->unendlich**

A 15 / S. 363 bzw S. 462

$$g = \lim_{x \to -\infty} \frac{3 \cdot x^2 + 2}{2 \cdot x^2 - 1} \text{ vereinfachen } \to g = \frac{3}{2}$$

$$|f(x) - g| < \varepsilon$$ für $x > x_\varepsilon$ mit ε Element R_+^*

$$\left| \frac{3 \cdot x^2 + 2}{2 \cdot x^2 - 1} - \left(\frac{3}{2} \right) \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{2 \cdot (3 \cdot x^2 + 2) - 3 \cdot (2 \cdot x^2 - 1)}{2 \cdot (2 \cdot x^2 - 1)} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{6 \cdot x^2 + 4 - 6 \cdot x^2 + 3}{2 \cdot (2 \cdot x^2 - 1)} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{7}{2 \cdot (2 \cdot x^2 - 1)} \right| < \varepsilon$$

Da x -> - **unendlich** gilt x < 0, also **negativ, aber x^2 >0 -> $2(2x^2-1)$ >0**

$$\left[\frac{7}{2\cdot\left(2\cdot x^2-1\right)}\right] < \varepsilon \qquad | *2(2x^2-1) \quad | : \varepsilon$$

$$\frac{7}{\varepsilon} < 4\cdot x^2 - 2 \qquad | +2$$

$$\frac{7}{\varepsilon} + 2 < 4\cdot x^2$$

$$4\cdot x^2 > \frac{7}{\varepsilon} + 2$$

$$|x| > \sqrt{\frac{7}{4\cdot\varepsilon} + \frac{1}{2}}$$

Da x -> - **unendlich** gilt x < 0

$$x > \sqrt{\frac{7}{4\cdot\varepsilon} + \frac{1}{2}}$$ ==> **g ist GW von f(x) für x->unendlich**

A 13 / S. 363 bzw S. 462

$$g = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 + 2\cdot x}{2\cdot x^2 - 5} \text{ vereinfachen } \to g = \frac{1}{2}$$

$$|f(x) - g| < \varepsilon$$ für x > x_ε mit ε Element R_+^*

$$\left|\frac{x^2 + 2\cdot x}{2\cdot x^2 - 5} - \left(\frac{1}{2}\right)\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{2\cdot\left(x^2 + 2\cdot x\right) - 1\cdot\left(2\cdot x^2 - 5\right)}{2\cdot\left(2\cdot x^2 - 5\right)}\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{2\cdot x^2 + 4\cdot x - 2\cdot x^2 + 5}{2\cdot\left(2\cdot x^2 - 5\right)}\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{4\cdot x + 5}{2\cdot\left(2\cdot x^2 - 5\right)}\right| < \varepsilon$$

Da x -> **unendlich** gilt x > 0, also **positiv, Zähler <u>und</u> Nenner >0, also Bruch >0**

$$\left[\frac{4\cdot x + 5}{2\cdot\left(2\cdot x^2 - 5\right)}\right] < \varepsilon \qquad | *2(2x^2-5)$$

$$4 \cdot x + 5 < 4 \cdot x^2 \cdot \varepsilon - 10 \cdot \varepsilon \qquad | - 4x$$

$$5 < 4 \cdot x^2 \cdot \varepsilon - 4 \cdot x - 10 \cdot \varepsilon \qquad | : 4\varepsilon$$

$$\frac{5}{4 \cdot \varepsilon} < x^2 - \frac{x}{\varepsilon} - \frac{5}{2} \qquad | -5/2 \quad | + \text{quadr. Ergänzung}$$

$$\frac{5}{4 \cdot \varepsilon} + \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{2 \cdot \varepsilon}\right)^2 < x^2 - \frac{x}{\varepsilon} + \left(\frac{1}{2 \cdot \varepsilon}\right)^2$$

$$\frac{5 \cdot \varepsilon + 5 \cdot 2 \cdot \varepsilon^2 + 1}{4 \cdot \varepsilon^2} < \left(x - \frac{1}{2 \cdot \varepsilon}\right)^2$$

$$\frac{5 \cdot \varepsilon + 10 \cdot \varepsilon^2 + 1}{4 \cdot \varepsilon^2} < \left(x - \frac{1}{2 \cdot \varepsilon}\right)^2$$

$$\left|x - \frac{1}{2 \cdot \varepsilon}\right| > \sqrt{\frac{5 \cdot \varepsilon + 10 \cdot \varepsilon^2 + 1}{4 \cdot \varepsilon^2}}$$

Da x -> **unendlich** gilt x - .... > 0

$$x > \frac{1}{2 \cdot \varepsilon} + \sqrt{\frac{5 \cdot \varepsilon + 10 \cdot \varepsilon^2 + 1}{4 \cdot \varepsilon^2}}$$ ==> **g ist GW von f(x) für x->unendlich**

A 58 / S. 363 bzw S. 462

$$g = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - 3 \cdot x + 2}{x^2 + x - 6} \text{ vereinfachen } \to g = 1 \qquad g = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 3 \cdot x + 2}{x^2 + x - 6} \text{ vereinfachen } \to g = 1$$

$$|f(x) - g| < \varepsilon$$ für $x > x_\varepsilon$ mit ε Element R_+^*

$$\left|\frac{x^2 - 3 \cdot x + 2}{x^2 + x - 6} - (1)\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{x^2 - 3 \cdot x + 2 - 1 \cdot \left(x^2 + x - 6\right)}{x^2 + x - 6}\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{x^2 - 3 \cdot x + 2 - x^2 - x + 6}{x^2 + x - 6}\right| < \varepsilon$$

$$\left|\frac{-4 \cdot x + 8}{x^2 + x - 6}\right| < \varepsilon$$

Da x -> - **unendlich** gilt x < 0, also **negativ, Zähler <0 <u>und</u> Nenner >0, also Bruch < 0**

$$-\left(\frac{-4\cdot x+8}{x^2+x-6}\right)<\varepsilon$$

$$\frac{4\cdot x-8}{x^2+x-6}<\varepsilon$$ | * Nenner, positiv

$$4\cdot x-8<\varepsilon\cdot x^2+\varepsilon\cdot x-6\cdot\varepsilon$$

$$6\cdot\varepsilon-8<\varepsilon\cdot x^2+\varepsilon\cdot x-4\cdot x$$ | : ε

$$6-\frac{8}{\varepsilon}<x^2+\left(1-\frac{4}{\varepsilon}\right)\cdot x$$ | + quadr. Erg.

$$6-\frac{8}{\varepsilon}+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2<x^2+\left(1-\frac{4}{\varepsilon}\right)\cdot x+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2$$

$$6-\frac{8}{\varepsilon}+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2<\left[x+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)\right]^2$$

$$\left|x+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)\right|>\sqrt{6-\frac{8}{\varepsilon}+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2}$$

Da x -> - **unendlich** gilt x < 0

$$-\left[x+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)\right]>\sqrt{6-\frac{8}{\varepsilon}+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2}$$ | *(-1)

$$\left[x+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)\right]<-\sqrt{6-\frac{8}{\varepsilon}+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2}$$

$$x<-\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)-\sqrt{6-\frac{8}{\varepsilon}+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{\varepsilon}\right)^2}$$

==> **g ist GW von f(x) für x->unendlich**