

**Thema: Bestimmung ganzrationaler Funktionen anhand vorgegebener Eigenschaften**

Eine Funktion 3. Ordnung hat im Wendepunkt  $P_w(0,5|-1,25)$  die Steigung  $-6,75$  und schneidet die Abszissenachse an der Stelle  $x_0 = -2$ .

Bestimmen Sie die Zuordnungsvorschrift der Funktion!

**Rechnung:**  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$$f(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f'(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

Umsetzung der Eigenschaften

Es entsteht ein Gleichungssystem

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} \cdot a + \frac{1}{4} \cdot b + \frac{1}{2} \cdot c + d$$

$$f(-2) = -8 \cdot a + 4 \cdot b - 2 \cdot c + d$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \cdot a + b + c$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$-\frac{5}{4} = \frac{1}{8} \cdot a + \frac{1}{4} \cdot b + \frac{1}{2} \cdot c + d$$

$$0 = -8 \cdot a + 4 \cdot b - 2 \cdot c + d$$

$$-\frac{27}{4} = \frac{3}{4} \cdot a + b + c$$

$$0 = 3 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$-\frac{5}{4} = \frac{1}{8} \cdot a + \frac{1}{4} \cdot b + \frac{1}{2} \cdot c + d$$

$$0 = -8 \cdot a + 4 \cdot b - 2 \cdot c + d$$

$$d = 8 \cdot a - 4 \cdot b + 2 \cdot c$$

$$-\frac{27}{4} = \frac{3}{4} \cdot a + b + c$$

$$0 = 3 \cdot a + 2 \cdot b$$

Wir lösen das Gleichungssystem mit den bekannte Methoden: Einsetzungs-Gleichsetzung und Addition-/Subtraktionsmethode

$$-\frac{5}{4} = \frac{1}{8} \cdot a + \frac{1}{4} \cdot b + \frac{1}{2} \cdot c + d$$

$$-\frac{5}{4} = \frac{65}{8} \cdot a - \frac{15}{4} \cdot b + \frac{5}{2} \cdot c$$

$$-\frac{27}{4} = \frac{3}{4} \cdot a + b + c$$

$$c = -\frac{27}{4} - \frac{3}{4} \cdot a - b$$

$$0 = 3 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$-\frac{5}{4} = \frac{65}{8} \cdot a - \frac{15}{4} \cdot b + \frac{5}{2} \cdot c$$

$$-\frac{5}{4} = \frac{25}{4} \cdot a - \frac{25}{4} \cdot b - \frac{135}{8}$$

$$0 = 3 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$b = -\frac{3}{2} \cdot a$$

$$\frac{-5}{4} = \frac{25}{4} \cdot a - \frac{25}{4} \cdot b - \frac{135}{8}$$

$$\frac{-5}{4} = \frac{125}{8} \cdot a - \frac{135}{8}$$

$$a := 1$$

$$b := \frac{-3}{2} \cdot a$$

$$b = -1.5$$

$$c := \frac{-27}{4} - \frac{3}{4} \cdot a - b$$

$$c = -6$$

$$d := 8 \cdot a - 4 \cdot b + 2 \cdot c$$

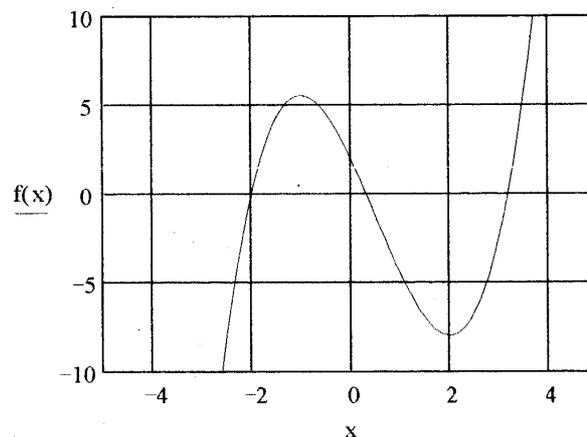
$$d = 2$$

$$x := -10, -9.9 \dots 10$$

Somit ergibt sich:

$$f(x) := 1 \cdot x^3 - 1.5 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 2$$

Die gefundene Lösung mit den oben genannten Merkmalen.  
Der Graph zur Kontrolle!



Kontrollwerte:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -1.25$$

$$f(x) := 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$$

$$f(-2) = 0$$

$$f'(x) := 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -6.75$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

Hier die Überprüfung der **gewünschten Merkmale!**