

Lösungen:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad U_1 &= U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \\ \Leftrightarrow \frac{U_0}{U_1} &= e^{\frac{t}{R \cdot C}} \\ \Leftrightarrow \ln\left(\frac{U_0}{U_1}\right) &= \frac{t}{R \cdot C} \\ \Leftrightarrow C &= \frac{\Delta t}{R \cdot \ln\left(\frac{U_0}{U_1}\right)} \end{aligned}$$

$$\text{Zahlen einsetzen: } C = \frac{12,20 \text{ s}}{200 \text{ k}\Omega \cdot \ln(4)} = 4,40 \cdot 10^{-5} \text{ F} = 44,0 \mu\text{F}$$

b) Der Wert für C fällt besonders groß aus, wenn man im Rahmen der Meßgenauigkeiten für Δt einen möglichst großen, für R einen möglichst kleinen, ebenso für U_0 einen möglichst kleinen und für U_1 einen möglichst großen Wert einsetzt:

$$C_{\max} = \frac{12,21 \text{ s}}{198 \text{ k}\Omega \cdot \ln(119/31)} = 45,8 \mu\text{F}.$$

$$\text{Entsprechend } C_{\min} = \frac{12,19 \text{ s}}{202 \text{ k}\Omega \cdot \ln(121/29)} = 42,2 \mu\text{F}$$

Diese eher pessimistisch geschätzten Abweichungen (Toleranzen) betragen etwa 4 %. Realistisch dürfte ein etwas kleinerer Wert sein.

Die Hauptfehlerquellen sind der Wert des ohmschen Widerstandes (1%) und der Wert von U_1 (3,3%).

$$\text{c) Unter a) wurde hergeleitet: } \ln\left(\frac{U_0}{U_1}\right) = \frac{t}{R \cdot C}. \text{ Freistellen nach t:}$$

$$t = R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_0}{U_1}\right) \text{ Mit } U_1 = 1 \text{ V folgt } t = 200 \text{ k}\Omega \cdot 44 \mu\text{F} \cdot \ln(120) = 42,1 \text{ s}$$

Man sollte eine knappe Minute warten.

2.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad U_1 &= U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right) \\ \Leftrightarrow U_1 &= U_0 - U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \\ \Leftrightarrow U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} &= U_0 - U_1 \\ \Leftrightarrow \frac{U_0}{U_0 - U_1} &= e^{\frac{t}{R \cdot C}} \\ \Leftrightarrow \ln\left(\frac{U_0}{U_0 - U_1}\right) &= \frac{t}{R \cdot C} \\ \Leftrightarrow t &= R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_0}{U_0 - U_1}\right) \end{aligned}$$

$$\text{Zahlen einsetzen: } t = 50 \text{ k}\Omega \cdot 4 \mu\text{F} \cdot \ln(9\text{V}/1\text{V}) = 0,439 \text{ s} \approx 0,44 \text{ s}$$

b) Nach 0,2 s beträgt die Kondensatorspannung 5,69 V; also liegen am ohmschen Widerstand nur noch $9 \text{ V} - 5,69 \text{ V} = 3,31 \text{ V}$. Das ergibt $I = 6,62 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 66,2 \mu\text{A}$.

c) Ich berechne die Aufladezeit bis „4 V“ und ziehe diesen Wert vom Ergebnis aus a) ab.

$$t = R \cdot C \cdot \ln\left(\frac{U_0}{U_0 - U_1}\right)$$

Zahlen einsetzen: $t = 50 \text{ k}\Omega \cdot 4 \text{ }\mu\text{F} \cdot \ln(9\text{V}/5\text{V}) = 0,118 \text{ s}$.

$0,439 \text{ s} - 0,118 \text{ s} \approx 0,32 \text{ s}$

Anmerkung: Am Anfang erfolgt der Aufladevorgang sehr schnell; die Hauptzeit vergeht „für den Rest“ der Spannung.